

基于可控变参数不动点定理分形图像解码

陈志峰 丁宣浩

(桂林电子科技大学数学与计算科学学院, 桂林 541004)

摘要 分形解码具有简单、快速等优点,但是传统的解码根据 Banach 不动点定理,每次得到的图像都是当前次迭代变换的图像,这对于一些渐进传输及渐进显示的情况是不适用的,如窄带传输和计算机辅助动画制作,因此有必要对其进行改进;渐进不动点定理由于参数固定,它的控制也是很有限的。为了得到较好地控制,在根据分形解码的特点,提出了“可控变参数不动点定理”来进行解码。实验结果表明,该方法比原方法具有很大的改进。

关键词 可控变参数 分形解码 不动点 窄带传输

中图分类号:TN911.73 文献标识码:A 文章编号:1006-8961(2008)08-1411-06

Fractal Image Decoding Based on Fixed-point Theorem of Controllable and Changeable Parameter

CHEN Zhi-feng, DING Xuan-hao

(College of Mathematics and Computing Science, Guilin University of Electronic Technology, Guilin 541004)

Abstract The fractal decoding has the merit of simple and fast and so on. But according to the Banach' fixed-point theorem, each time the conventional decoding obtains the image that is iterated and transformed, which is not suitable for the situation of advancing transmission and demonstration, such as low bandwidth transmission. And manufacture of computer auxiliary animation, therefore it is necessary to improve it. On account of the fixed parameter, the control of the advancing fixed-point theorem is also very limited. In order to be under better control, this article proposes "fixed-point theorem of controllable and changeable parameter" to decode based on the characteristic of fractal decoding. The experiment indicates that the method has better and bigger improvement compared to the original method.

Keywords Controllable and Changeable Parameter, fractal decoding; fixed point, low bandwidth transmission

1 引言

分形解码的原理主要是通过图像的一些参数表达来反复迭代得到原图像。主要的技术是基于数学上的巴拿赫不动点定理和拼贴原理,巴拿赫不动点定理说明了在一个完备矩阵空间中压缩变换的惟一不动点可以通过一个任意初始点的反复迭代而近似到任意精度。发现一个给定点作为不动点的压缩变换是分形压缩的逆问题。拼贴原理给出了该问题的

答案,它把发现变换的不动点趋近于原始图像变成了发现一个映射原始图像趋近于它本身的变换;另外,为了证明固定的不动点近似于原始图像,仅需要使得原始图像与原始图像的替换之间的拼贴距离足够小,而避免了求原始图像与变换后不动点图像的距离误差。

解码的简单是分形压缩的一个最突出的特点。分形图像解码采用迭代函数系统(IFS)的迭代进行解码,对图像的每一次迭代就是重建图像对该函数系统的吸引子即最终收敛图像的一次逼近,所以每一次迭

基金项目:国家自然科学基金项目(10361003);广西自然科学基金项目(0542046);广西区研究生创新基金项目(2006105950701M03)

收稿日期:2007-01-29; **改回日期:**2007-03-26

第一作者简介:陈志峰(1978 ~),男。桂林电子科技大学应用数学专业硕士研究生。研究方向为小波、分形与图像处理。

代完成后的阶段性图像质量也是逐步提高的。如何提高分形解码的快速、灵活是分形的一个重要的分支。一个原始图像分形码的反复迭代能收敛,但有个问题是编解码过程的不对称性,编码时间因定义域块码本的生成和定义域与值域块的匹配查找而显得冗长,而解码则是简单而快速的不动点迭代算法,这样在一些需要变化和灵活的解码中,就需要每次解码都重新编码,相对来讲这是比较不实用的。

例如,传统的分形编码不很适合于窄带传输,因为传统的分形编码不能得到合适的控制。为了更好地调整结果,不得不重新编码,因此可控变参数的改进是必要的;还有一个可控变参数的解码过程对于一些多媒体的应用也是很有用的;又如,通过计算机技术辅助动画制作,一个渴望得到的图像可能需从一幅图像到另一幅图像的不断改进中得到,这就需要解码过程进行控制,然而,传统的分形解码不可能解决。虽然文献[1]提出的渐进不动点定理能在一定程度上得到改进,但是由于每次的参变量 λ 的改进是一样的,同时它的控制部分也只有迭代的前一次参与,这对于多次迭代的控制是很有限的。为了更好地解决一般的问题,提出了一种更一般的解码方案——可控变参数不动点定理分形解码,这样不仅在解码的速度比文献[1]方法快,而且个位数迭代后变换图像的加入 λ 权值就很小,这对于以上的两种情况或相似情况是非常有用的。

2 分形图像压缩的基本原理

2.1 压缩映射原理或 Banach 不动点定理

设 (X, d) 是一个完备度量空间,若存在一常数 $0 \leq s \leq 1$ 使得 $d(f(x), f(y)) \leq sd(x, y)$, $\forall x, y \in X$, 则称度量空间 (X, d) 的变换 $f: X \rightarrow X$ 为压缩变换或压缩映射(数 s 称为 f 的压缩因子)。则 f 存在唯一不动点 x_∞ , 且 $x_\infty = \lim_{x \rightarrow \infty} f^n x = \lim_{x \rightarrow \infty} f(f^{n-1} x)$,

$$\forall x \in X, \text{ 即 } x_{n+1} = fx_n, n \geq 0, x_0 = x.$$

换言之,完备度量空间中压缩映射 f 的不动点存在唯一,且可以由映射对任意初始点的反复迭代逼近到任意精度。

2.2 迭代函数系统 IFS

完备度量空间 (X, d) 与压缩因子分别 s_1, s_2, \dots, s_n 的 n 个压缩映射 $f: X \rightarrow X$ 一起,构成了一个

迭代函数系统,简称 IFS^[2]。IFS 的压缩因子为 $s = \max\{s_1, s_2, \dots, s_n\}$ 。

设 IFS $\{X: f_i, i = 1, 2, \dots, n\}$ 的压缩因子 s 满足 $(0 \leq s < 1)$, 则变换 $\bigcup_{i=1}^n f_i(A)$ 有唯一的吸引子 $A \in H(X)$, 即 $A = \bigcup_{i=1}^n f_i(A)$, 则称 A 为 $H(X)$ 的吸引子。

2.3 完备度量空间的拼贴定理^[1]

设 (X, d) 是完备的度量空间, $x_i \in X, f \in B$ 是一个压缩因子为 $s(0 \leq s \leq 1)$, 吸引子为 $att(f)$ 的变换。令 $\varepsilon > 0$, 若 $d(x_i, f(x_i)) \leq \varepsilon$ 则 $d(x_i, att(f)) \leq \varepsilon/(1-s)$ 。

在分形图像的压缩编码中,给定灰度图像 F , 如果能找到一个压缩映射 w , 使得 $d(f, w(F)) \leq \varepsilon$, 则有 $d(f, A) \leq \varepsilon/(1-s)$, 其中, s 是映射 w 的压缩因子, A 是映射 w 的吸引子。这意味着将映射 w 反复作用于任何一幅初始图像 x_0 , 就可获得原始图像 F 的良好逼近。

3 可控变参数不动点定理

3.1 渐进不动点定理^[1]

设 X 是 Banach 空间, $f: X \rightarrow X$ 是压缩因子为 $s(s \in [0, 1))$ 的压缩变换, 那么变换 f 的惟一不动点 $\bar{x} \in X$ 可以通过下面的插值迭代得到:

$$x_{n+1} = (1-\lambda)x_n + \lambda f x_n, x_0 = x, n = 0, 1, \dots$$

也就是说, $\bar{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} x_n$, 且不依赖于 x 和 λ , 其中控制参数 $\lambda \in (0, 1]$, x 是空间 X 中的任意向量。

3.2 范数空间^[3]

X 是 \mathbf{R} 的矢量空间, 如果 $\forall x \in X$, 有一个实数 $\|x\|$ 与之对应, 范数对应如下:

(1) 正定性: $\|x\| \geq 0, \|x\| = 0$ 当且仅当 $x = 0$;

(2) 三角不等式: $\forall x, y \in X, \|x+y\| \leq \|x\| + \|y\|$;

(3) 齐次性: $\|\alpha x\| = |\alpha| \|x\|, \alpha \in \mathbf{R}$ 。

则 X 叫做范数空间。

令 $(X, \|\cdot\|)$ 是一个数字图像的巴拿赫空间, $\|\cdot\|$ 是一个范数, 一个矢量 $\tilde{x} \in X$ 满足 $f\tilde{x} = \tilde{x}$, 则 f 叫不动点变换 $f: X \rightarrow X$; 如果巴拿赫空间 X 中有一个变换 f , 存在一个压缩因子 $\alpha, \alpha \in [0, 1)$, 以致对 $\forall x, y \in X$, 有 $\|fx - fy\| \leq \alpha \|x - y\|$, 则 f 叫一个压缩变换, 显然, 压缩变换总是使得两个矢量更加接近。

3.3 可控变参数不动点定理:

设 X 是 Banach 空间, $f: X \rightarrow X$ 是压缩因子为 s ($s \in (0, 1]$) 的压缩变换, 那么变换 f 的惟一不动点

$\bar{x} \in X$ 可以通过下面的插值迭代得到:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{n+1} &= (1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1})f\mathbf{x}_n + \\ &\quad \lambda_{n+1,1}\mathbf{x}_n + \lambda_{n+1,2}\mathbf{x}_{n-1} + \cdots + \lambda_{n+1,n+1}\mathbf{x}_0 \end{aligned}$$

也就是说, $\bar{x} = \lim_{x \rightarrow \infty} \mathbf{x}_n$, 且不依赖于 \mathbf{x} 和 $\lambda_{i,1}$, 其中控制参数 $\lambda_{i,j} \in (0, 1]$, 只要 $\lambda_{i,2}, \dots, \lambda_{i,n+1}$ 足够小, 也就是使得它们的参与能满足收敛条件, \mathbf{x} 是空间 X 中的任意向量。

证明 设变换 $T: X \rightarrow X$ 定义为

$$\begin{aligned} T\mathbf{x} &= (1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1})f\mathbf{x} + \\ &\quad \lambda_{n+1,1}\mathbf{x} + \lambda_{n+1,2}\frac{1}{s}\mathbf{x} + \cdots + \lambda_{n+1,n+1}\left(\frac{1}{s}\right)^n \mathbf{x} \end{aligned}$$

则对任意的 $\mathbf{x}, \mathbf{y} \in X$, 有

$$\begin{aligned} \|T\mathbf{x} - T\mathbf{y}\| &= \left\| (1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1}) \right. \\ &\quad \left. (f\mathbf{x} - f\mathbf{y}) + \lambda_{n+1,1}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) + \lambda_{n+1,2}\left(\frac{1}{s}\mathbf{x} - \frac{1}{s}\mathbf{y}\right) + \cdots + \right. \\ &\quad \left. \lambda_{n+1,n+1}\left[\left(\frac{1}{s}\right)^n \mathbf{x} - \left(\frac{1}{s}\right)^n \mathbf{y}\right] \right\| \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\| (1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1}) (f\mathbf{x} - f\mathbf{y}) \| + \\ &\| \lambda_{n+1,1}(\mathbf{x} - \mathbf{y}) \| + \| \lambda_{n+1,2}\left(\frac{1}{s}\mathbf{x} - \frac{1}{s}\mathbf{y}\right) \| + \cdots + \end{aligned}$$

$$\| \lambda_{n+1,n+1}\left[\left(\frac{1}{s}\right)^n \mathbf{x} - \left(\frac{1}{s}\right)^n \mathbf{y}\right] \| \leq$$

$$(1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1})s \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \| +$$

$$\lambda_{n+1,1} \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \| + \frac{1}{s}\lambda_{n+1,2} \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \| + \cdots +$$

$$\left(\frac{1}{s}\right)^n \lambda_{n+1,n+1} \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \|$$

$$= \left[(1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1})s + \lambda_{n+1,1} + \right.$$

$$\left. \frac{1}{s}\lambda_{n+1,2} + \cdots + \left(\frac{1}{s}\right)^n \lambda_{n+1,n+1} \right] \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \|$$

$$= \left[s + (1 - s)\lambda_{n+1,1} + \left(\frac{1}{s} - s\right)\lambda_{n+1,2} + \cdots + \right.$$

$$\left. \left(\left(\frac{1}{s}\right)^n - s\right)\lambda_{n+1,n+1} \right] \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \| = k \| \mathbf{x} - \mathbf{y} \|$$

式中, $k = \left[s + (1 - s)\lambda_{n+1,1} + \left(\frac{1}{s} - s\right)\lambda_{n+1,2} + \cdots + \right.$

$\left. \left(\left(\frac{1}{s}\right)^n - s\right)\lambda_{n+1,n+1} \right]$, 因为 $s, \lambda_{n+1,1} \in [0, 1]$, 只要

$\lambda_{n+1,i}$ ($i \geq 2$) 足够小, 那么 $k \in [0, 1]$, 于是 T 是压缩因子为 k 的压缩变换, 根据 Banach 不动点定理原

理, 变换 T 有唯一的不动点 $\tilde{\mathbf{y}} = T\tilde{\mathbf{y}}$ 。显然有

$$\begin{aligned} T\tilde{\mathbf{x}} &= (1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1})f\tilde{\mathbf{x}} + \\ &\quad \lambda_{n+1,1}\tilde{\mathbf{x}} + \lambda_{n+1,2}\frac{1}{s}\tilde{\mathbf{x}} + \cdots + \lambda_{n+1,n+1}\left[\left(\frac{1}{s}\right)^n \tilde{\mathbf{x}}\right] \end{aligned}$$

$$= (1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2} - \cdots - \lambda_{n+1,n+1})\tilde{\mathbf{x}} +$$

$$\lambda_{n+1,1}\tilde{\mathbf{x}} + \lambda_{n+1,2}\tilde{\mathbf{x}} + \cdots + \lambda_{n+1,n+1}\tilde{\mathbf{x}} = \tilde{\mathbf{x}}$$

这表明 $\tilde{\mathbf{x}}$ 也是变换 T 的不动点, 有唯一性即知

$$\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{\mathbf{x}}。$$

从以上的分析可以看到文献[1]定理和 Banach 不动点定理原理只是本文所述定理的特殊情况。文献[1]中的方法虽然在一定程度上能够对解码过程的部分控制, 但由于它加入的分量只有前一次以及每次加入的分量 λ 是一个常量, 这使得在多次迭代时的控制是很有限的, 而利用本文方法, 只要保证 $\lambda_{n+1,i}$ ($i \geq 2$) 足够小, 而这又是完全做得到的, 就可以根据不同的需要对每次的插值因子 $\lambda_{n+1,i}$ 进行控制, 这样就能真正的根据需要进行可控渐进分形解码。

4 传统编码方法与新解码方案

为了实现图像压缩, 变换需满足下面的两个条件: (1) 它的不动点能较好地逼近原图像^[4]; (2) 能过紧凑的编码^[4]。而仿射变换能满足这两个条件。分形编码的任务就是寻找一个压缩变换 W , 使得 W 的不动点尽可能接近待编码图像^[5]。一般传统的分形方法, 把图像分成大小为 2 倍的两类子块, 分别叫 domain 块 (简称 D 块) 和 range 块 (简称 R 块) (图 1(a))。小块 R_i 能互不重叠且覆盖整个图像, i 代表子块的编号: 有 $R_i \cap R_j = \emptyset, i \neq j; \bigcup_{i=1}^n R_i = A$; 编码的过程主要是对每个 R 块通过某种方式找到与其最优的匹配块——D 块, 块变换 $w_i: D_i \rightarrow R_i$ 是 $D \rightarrow R$ 变换, 即 $w_i = \alpha_i \circ \beta_i$ (图 1(b))。从图 1(b) 中看出, 映射 β_i 把子图像 D_i 块平移到子图像 R_i 的位置, 然后收缩使它的支持与 R_i 的支持完全重合, 并进行像素值平均或欠采样; 映射 α_i 修改灰度信息以得到 R_i 的较好近似, 允许灰度级调整、灰度平移 (图 1(c)) 和像素的 8 种重排 (图 1(d))^[6,7]。

用 D_{ij} 表示 D 块中位置 (i, j) 处的像素值, 于是 8

种重排如表 1 所示。

下面是 z 方向压缩的仿射变换 w_i 的形式^[8,9]：

$$w_i \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_i & b_i & 0 \\ c_i & d_i & 0 \\ 0 & 0 & s_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ y \\ z \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} e_i \\ f_i \\ o_i \end{bmatrix}$$

式中, a_i, b_i, c_i, d_i 决定了块的 4 个旋转和 4 个重排; s_i, o_i 分别代表亮度调整和亮度偏移, e_i, f_i 分别是坐标 x, y 的偏移。

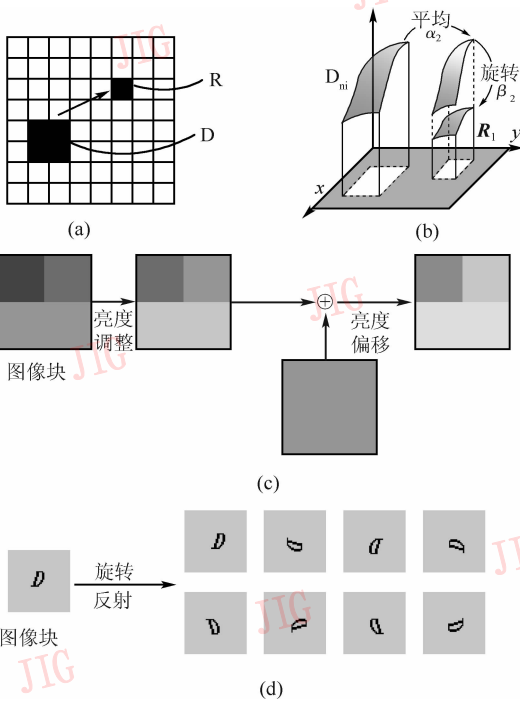


图 1 匹配过程及其重排图形示例

Fig. 1 Process of matching and illustrations to arranging image

表 1 像素表达式

Tab. 1 Expression of pels

序号	类型	图形	公式
0	原图	D	$D_{i,j}$
1	恒等变换	D	$f_1(D_{i,j}) = D_{i,j}$
2	右旋转 90°	\mathcal{C}	$f_2(D_{i,j}) = D_{B-1-j,i}$
3	右旋转 180°	\mathcal{A}	$f_3(D_{i,j}) = D_{B-1,B-1-j}$
4	右旋转 270°	\mathcal{D}	$f_4(D_{i,j}) = D_{j,B-1-i}$
5	翻转	\mathcal{B}	$f_5(D_{i,j}) = D_{i,B-1-j}$
6	翻转右旋转 90°	\mathcal{F}	$f_6(D_{i,j}) = D_{j,i}$
7	翻转右旋转 180°	\mathcal{Q}	$f_7(D_{i,j}) = D_{i,B-1-j}$
8	翻转右旋转 270°	\mathcal{G}	$f_8(D_{i,j}) = D_{B-1-j,B-1-i}$

图 2 是 3 种方法的解码迭代图示。

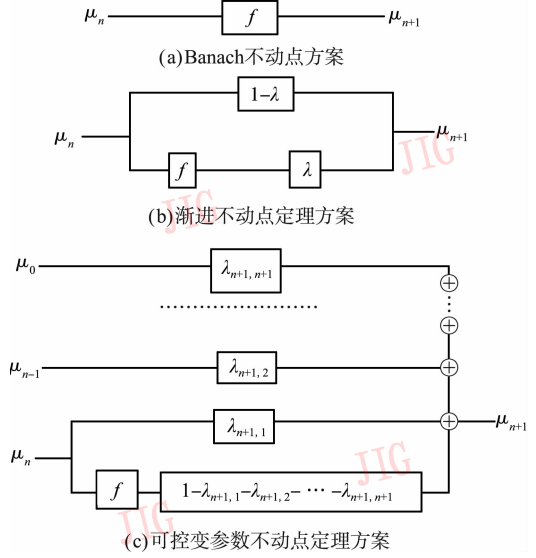


图 2 分形解码的 3 种方案

Fig. 2 Three scheme of fractal decoding

从上面的过程可以看出图 2(a) 方案^[10-12] 是(b) 方案的特殊情况, 而(b) 方案又是(c) 方案的特殊情况。只要把 $\lambda_{n+1,i} (i \geq 2)$ 都等于零, 同时把每一次的 $\lambda_{n+1} = \lambda$, 那么(c) 方案就变成了(b) 方案。可以看出(c) 方案对(b) 方案在一定程度具有很大的改进。

5 实验结果

采用分类法和邻域法^[13] 相结合的方法进行编码, 由于编码时间上的限制和实际中编码的情况, 邻域中只选用 9 邻域编码, 这使得解码的不动点图像与原图像有一些差别, 但并不影响对解码方法的分析。

在实验中, 选用 Matlab 语言进行编码及解码, 图像选用 128×128 pixel 的 Girl 标准图像, 图 3 是 3 种解码方法的解码图像。

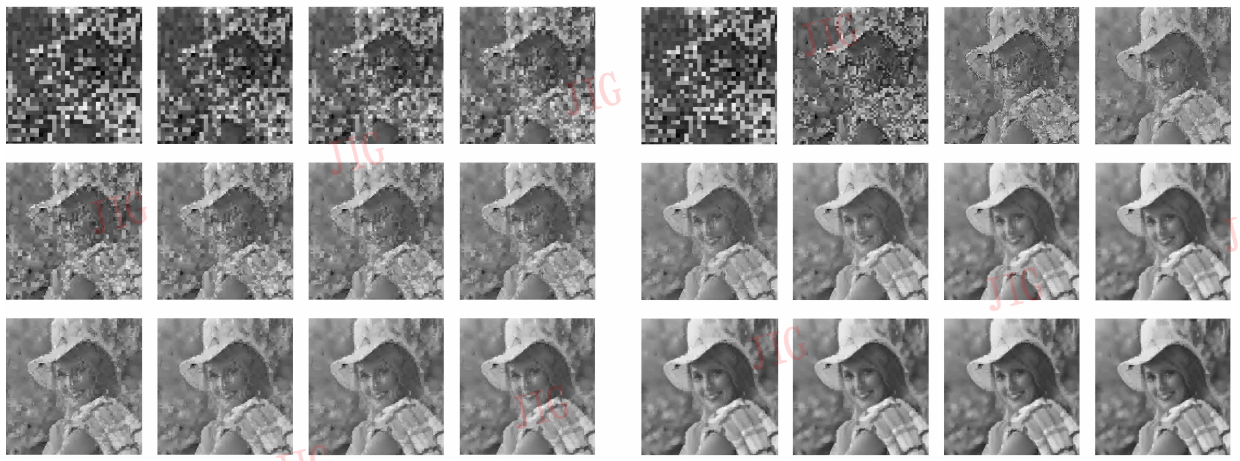
在上面的实验中从左上角到右下角分别是迭代 1~12 次的图像(解码的原图像为全白), 从图像中可以看到从第 2 次迭代到后面的图像中, 本文方法(为了比较简单, 只选 $f x_n, x_n, x_{n-1}$ 加入, 其他更一般化的方法原理一样)比控制不动点定理方法有很好的效果, 可以看到可控变参数不动点定理的解码图像与 Banach 不动点定理的解码图像差不多, 但比 $\lambda = 0.75$ 和 $\lambda = 0.50$ 控制不动点定理的解码图像要好。

图 4 是文献[4] 方法和本文方法的 1~11 次迭代差图像。



(a)Banach不动点定理

(b)控制不动点定理 $\lambda=0.75$



(c)控制不动点定理 $\lambda=0.50$

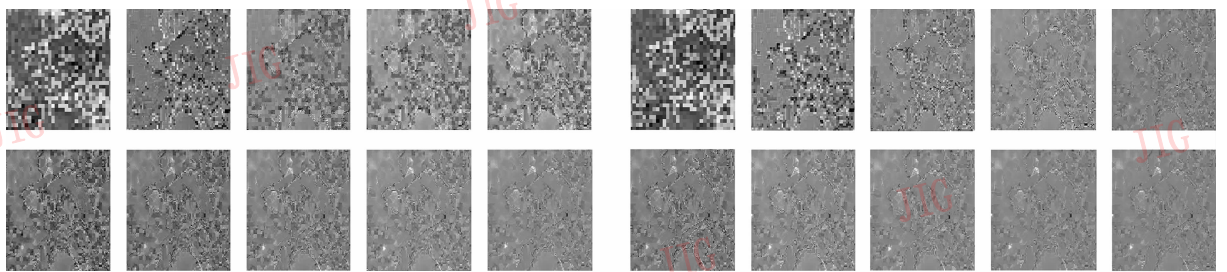
(d)可控变参数不动点定理

$$(1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2}) = \left(\frac{100 - i + 1}{100}\right)^{i-1}, \lambda_{n+1,2} = \frac{i}{1000 + i}$$

这里的 $1 - \lambda_{n+1,1} - \lambda_{n+1,2}$ 与 λ 等价,从左上角到右下角的值分别是:1.00,0.99,0.96,0.91,0.84,0.77,0.68,0.60,0.51,0.42。

图 3 3 种方法的解码图像

Fig. 3 Encoding image of three method



(a)文献[4]方法

(b)本文方法

图 4 迭代差图像

Fig. 4 different image of iteration

从图 4 的差图像可以看到本文方法较文献[4]方法在第 3 次迭代后就已经有了很大的改进,这说明本文方法比文献[4]方法从第 3 次以后的解码图

像在质量上要更好。

表 2 是几种方法各次迭代图像加入的权值大小。从表 2 中可以看到,Banach 不动点定理方法的

λ 权值每次加入都是 1,也就是每次都是整幅图像的权值全部加入;控制不动点定理方法的每次加入权值 λ 是固定不变,每次都是固定值,且不能太小,否

则解码图像效果不好;对于可控变参数不动点定理方法,6 次迭代以后加入的权值就小于 0.75,从第 10 次开始就小于 0.50。

表 2 3 种方法传输权值
Tab. 2 Transmission value of three method

迭代次数	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Banach 不动点定理	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1
控制不动点定理 $\lambda = 0.75$	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75	0.75
控制不动点定理 $\lambda = 0.50$	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50	0.50
可控变参数不动点定理 $\lambda = \left(\frac{100-i+1}{100}\right)^{i-1}$	1.00	0.99	0.96	0.91	0.84	0.77	0.69	0.60	0.51	0.42

6 结 论

从实验结果看,图像的各解码效果没有任意接近原图像,这主要是由于考虑到实际中的编码不可能采用全图像搜索,因为这样需要很长的时间,因此采用了本文的分类和邻域相结合的方法,虽然解码图像质量有一定的下降,但是并没有影响对本文方法的检验和验证。

从实验数据和解码图像来看,本文方法的效果明显,几次的解码图像以后本文方法比文献[1]方法的方法在质量上好了很多,而本文方法和 Banach 不动点定理方法在质量上差不多;再从加入的 λ 权值来看,要求质量越高,传统方法、文献[1]方法比本文方法加入的权值就越大。因此,本文方法对于窄带传输和计算机辅助动画设计等情况有很好的效果。当然针对一些实际中的应用,参数的控制是需要按需变动。

参考文献 (References)

- He C, Yang S X, Progressive decoding method for fractal image compression [J]. IEEE Proceedings-Vision, Image and Signal Process, 2004, 6(3): 209 ~ 213.
- Chen S J, Zhang L M, Fraction and image encoding [M]. Shanghai: Shanghai Scientific and Technological Education Publishing House, 1998. [陈守吉,张立明.分形与图像压缩 [M].上海:上海科技教育出版社,上海,1998.]

- Hu S G. Applicatal functional analysis [M], Beijing: Science Press, 2004. [胡适耕.应用泛函分析 [M],北京:科学出版社,2004.]
- Jacquin, A. Image coding based on a fractal theory of iterated contractive image transformations [J]. IEEE Transactions on Image Process, 1992, 1(1): 18 ~ 30
- Moon Y H, Kim H S, Kim J H. A fast fractal decoding algorithm based on the selection of initial image [J]. IEEE Transactions on Image Process, 2000, 9(5): 941 ~ 945.
- Ramamurthi B, Gersho A. Classified vector quantization of images [J]. IEEE Transactions on Commun, 1986, com-34: 1105 ~ 1115.
- Lee C K, Lee W K, Fast fractal image block coding based on local variances [J]. IEEE Transactions on Image Processing, 1998, 7(6): 888 ~ 891.
- He C, Yang S X, Huang X, Variance-based acelerating scheme for fractal image encoding [J]. IEEE Electronics Letters, 2004, 2: 115 ~ 116.
- Wang Z, Chi Z, Feng D. Content-based image retrieval using block-constrained fractal coding and nona-tree decomposition [J]. IEEE Proc. vis. Image signal Process. 2000, 147(1): 9 ~ 15.
- Barhav Z, Malah D, Karmin E. Hierarchical interpretation of fractal image coding and its application to fast decoding [A]. In: Proceedings of the IEEE International Conference on Digital Signal Processing [C], Nicosia, Cyprus, 1993: 190 ~ 195.
- Hamzaoui R, Decoding algorithm for fractal image compression [J]. IEEE Electronics Letters 32, 1996, 14: 1273 ~ 1274.
- Kang H S, Kim S D, A fractal decoding algorithm for fast convergence [J]. Opt. Eng., 1996, 11(35): 3191 ~ 3198.
- Li C H, Yu F J, A neighbor-region search fractal image coding based on wavelet transform [J]. Control & Automation, 2006, 22(11): 196 ~ 198. [李从宏,于凤斤,一种基于小波变换的邻域搜索分形图像压缩 [J]. 微计算机信息. 2006, 22(11): 196 ~ 198.]